**Программа утверждена на заседании кафедры теории чисел**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Введение в p-адический анализ.

2. Уровень высшего образования – специалитет.

3. Направление подготовки: 01.05.01 Фундаментальные математика и механика. Специализация: Фундаментальная математика.

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП. Является специальной дисциплиной (спецкурсом) для студентов 3-6 годов обучения, специализирующихся в данной научной области или смежной научной области, спецкурсом по выбору студента.

Освоение дисциплины необходимо для последующего изучения дисциплин образовательной программы: курсовая работа, научно-исследовательская практика, преддипломная практика, выпускная квалификационная работа.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

*Объем дисциплины (модуля) составляет 5зачетных единицы, всего 180 часов, из которых 70 часов составляет контактная работа студента с преподавателем (62 часа занятия лекционного типа, 8 часов мероприятия текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации),110 часов составляет самостоятельная работа студента.*

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы изучение дисциплины было возможно, обучающийся должен

1. освоить следующие дисциплины образовательной программы: математический анализ, алгебра, линейная алгебра и геометрия, введение в топологию, элементы теории чисел
2. обладать следующими компетенциями:

Знать: основные методы дисциплин из пункта 1).

Уметь: решать стандартные задачи тех же дисциплин и применять идеи, использованные в их решениях, для решения аналогичных задач.

Владеть: основными понятиями и теоремами тех же дисциплин.

8. Формат обучения.

очная форма обучения, лекционные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам\* (Перечень тем см. Приложения).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 2 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 3 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 4 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 6 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 7 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 8 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 9 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 10 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 11 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 12 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 13 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 14 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 15 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 16 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 17 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 18 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 19 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 20 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 21 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 22 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 23 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 24 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Текущий контроль успеваемости | 10 |  |  |  |  | 2 | 2 | 8 |  | 8 |
| Тема 25 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 26 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 27 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 28 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 29 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 30 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 31 | 4 | 2 |  |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 32 | 2 |  |  |  |  |  | 0 | 2 |  | 2 |
| Промежуточная аттестация  *экзамен*  *зачет* | 24 |  |  |  |  | 2 | 2 | 22 |  | 22 |
| **Итого** | 180 | 62 |  |  |  | 8 | 70 | 110 |  | 110 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы студентов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций:
* Описание шкал оценивания*:*

*экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*

*зачет («зачтено» или «не зачтено»)*

* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.
* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы:

1. N. Koblitz. *p-adic numbers, p-adic analysis, and zeta-functions*. Graduate Texts in Mathematics, **58**, 2nd ed., Springer-Verlag, New York, 1984.
2. Y. Amice. *Les nombres p-adiques*. Presses Universitaires de France, Paris, 1975.
3. З.И. Боревич, И.Р. Шафаревич. *Теория чисел*. 3-е изд., Наука, М., 1985.
4. S. Lang. *Algebraic number theory*. Graduate Texts in Mathematics, **110**, 2nd ed., Springer-Verlag, New York, 1994.
5. S. Lang. *Algebra*. Graduate Texts in Mathematics, **211**, 3rd ed., Springer-Verlag, New York, 2002.

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Введение в p-адический анализ.
2. Преподаватель – асс. И. П. Рочев.
3. Аннотация курса: специальный курс знакомит студентов с некоторыми аналитическими и алгебраическими вопросами теории неархимедовых нормированных полей, в частности полей p-адических чисел. Обсуждаются: пополнение нормированного поля, сходимость последовательностей и рядов в полных неархимедовых полях, построение полного алгебраически замкнутого расширения данного неархимедова нормированного поля и др.
4. Тематическое содержание курса:

|  |  |
| --- | --- |
| Тема 1 | Нормированные поля. Неархимедовы нормы. |
| Тема 2 | Эквивалентность норм. Нормы на поле рациональных чисел (теорема Островского). |
| Тема 3 | Пополнение нормированного поля. |
| Тема 4 | Поле p-адических чисел. Стандартное представление p-адического числа. |
| Тема 5 | Теорема о слабой аппроксимации. |
| Тема 6 | Сходимость последовательностей и рядов в полных неархимедовых нормированных полях. Пример: представители Тейхмюллера. |
| Тема 7 | Лемма Гензеля. Примеры: представители Тейхмюллера, извлечение корней. |
| Тема 8 | Компактность кольца целых чисел. |
| Тема 9 | Лемма Гаусса и продолжение нормы на поле рациональных функций. |
| Тема 10 | Существование и единственность продолжения нормы на алгебраическое замыкание; явный вид продолжения. |
| Тема 11 | Целое замыкание кольца целых чисел в конечном расширении. |
| Тема 12 | Индекс ветвления и степень поля вычетов конечного расширения. |
| Тема 13 | Многочлены Эйзенштейна и вполне разветвлённые расширения. |
| Тема 14 | Неразветвлённые расширения. Описание произвольного конечного расширения в терминах неразветвлённых и вполне разветвлённых. |
| Тема 15 | Лемма Краснера. |
| Тема 16 | Непрерывность корней многочленов как функций от коэффициентов (непрерывность алгебраических функций). |
| Тема 17 | Построение полного алгебраически замкнутого расширения. |
| Тема 18 | Степенные ряды. |
| Тема 19 | Аналитические в шаре функции; бесконечная дифференцируемость. |
| Тема 20 | Разложение в ряд Тейлора. |
| Тема 21 | Теорема единственности. |
| Тема 22 | Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора. |
| Тема 23 | Принцип максимума. |
| Тема 24 | Теорема Лиувилля (об ограниченной целой функции). |
| Тема 25 | Алгебра аналитических функций как замыкание алгебры рациональных функций. |
| Тема 26 | Логарифмическая и экспоненциальная функции. |
| Тема 27 | Теорема Скулема–Малера–Леха о нулях линейной рекуррентной последовательности. |
| Тема 28 | Многоугольники Ньютона для многочленов; связь с корнями. |
| Тема 29 | Многоугольники Ньютона для степенных рядов. Связь с радиусом сходимости. |
| Тема 30 | Многоугольники Ньютона и нули аналитических функций. |
| Тема 31 | Подготовительная теорема Вейерштрасса. |
| Тема 32 | Разложение целой функции в бесконечное произведение. |

*\* - если специальный курс читается в нечетном семестре (продолжительность нечетного семестра 18 недель, четного семестра 17 недель).*

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.

Вопросы к экзамену:

1. Нормированные поля. Неархимедовы нормы. Эквивалентность норм. Нормы на поле рациональных чисел (теорема Островского).
2. Пополнение нормированного поля. Поле p-адических чисел. Стандартное представление p-адического числа.
3. Теорема о слабой аппроксимации.
4. Сходимость последовательностей и рядов в полных неархимедовых нормированных полях. Пример: представители Тейхмюллера.
5. Лемма Гензеля. Примеры: представители Тейхмюллера, извлечение корней.
6. Компактность кольца целых чисел.
7. Лемма Гаусса и продолжение нормы на поле рациональных функций.
8. Существование и единственность продолжения нормы на алгебраическое замыкание; явный вид продолжения.
9. Целое замыкание кольца целых чисел в конечном расширении.
10. Индекс ветвления и степень поля вычетов конечного расширения. Многочлены Эйзенштейна и вполне разветвлённые расширения. Неразветвлённые расширения. Описание произвольного конечного расширения в терминах неразветвлённых и вполне разветвлённых.
11. Лемма Краснера.
12. Непрерывность корней многочленов как функций от коэффициентов (непрерывность алгебраических функций).
13. Построение полного алгебраически замкнутого расширения.
14. Степенные ряды и аналитические в шаре функции: радиус сходимости, бесконечная дифференцируемость и разложение в ряд Тейлора
15. Теорема единственности, неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора, принцип максимума
16. Теорема Лиувилля (об ограниченной целой функции)
17. Алгебра аналитических функций как замыкание алгебры рациональных функций.
18. Логарифмическая и экспоненциальная функции. Теорема Скулема–Малера–Леха о нулях линейной рекуррентной последовательности.
19. Многоугольники Ньютона для многочленов; связь с корнями. Многоугольники Ньютона для степенных рядов и нули аналитических функций.
20. Подготовительная теорема Вейерштрасса. Разложение целой функции в бесконечное произведение.
21. Интеграл Шнирельмана. Теорема о вычетах.
22. Перечень дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

**Приложение утверждено на заседании кафедры теории чисел**